



Εκπαιδευόντας Φοιτητές του Π.Τ.Δ.Ε. σε σύγχρονες Θεωρίες της Φυσικής

Ασημόπουλος Σ., Σταύρου Δ., Σκορδούλης Κ.

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών,
asimstef@yahoo.gr, stadim@otenet.gr, kskordoul@primedu.uoa.gr

Στην παρούσα εργασία διερευνάται η δυνατότητα διδασκαλίας βασικών εννοιών της θεωρίας του χάους σε υποψήφιους Δασκάλους. Αναπτύχθηκε μια διδακτική ακολουθία έχοντας ως επίκεντρο μια διάταξη χαοτικού εκκρεμούς διασυνδεδεμένου με Η/Υ. Στην έρευνα συμμετείχαν 18 τεταρτοετείς φοιτητές του Π.Τ.Δ.Ε. Αθηνών. Για τη συλλογή των δεδομένων χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος του teaching experiment. Η ανάλυση των δεδομένων έδειξε οι περισσότεροι φοιτητές αναγνωρίζουν την ύπαρξη νομοτέλειας σε μια φαινομενικά τυχαία κίνηση, τη δυνατότητα ύπαρξης νομοτέλειας δίχως τη δυνατότητα μακροπρόθεσμης πρόβλεψης και ότι σε νομοτελειακή συμπεριφορά μικρές μεταβολές μπορούν να επιφέρουν σημαντικά διαφορετικά αποτελέσματα.

Εισαγωγή

Η Κβαντομηχανική και η Θεωρία της Σχετικότητας προσμετρώνται αναμφισβήτητα στα σημαντικότερα επιστημονικά επιτεύγματα του 20^{ου} αιώνα, που συνεισέφεραν σημαντικά στο σύγχρονο κοσμοείδωλο. Τις τελευταίες δεκαετίες του 20^{ου} αιώνα αναπτύχθηκε και η έρευνα στο πεδίο μη γραμμικών δυναμικών συστημάτων, που από την πλευρά της πρόσφερε σημαντικές γνώσεις για τον τρόπο που λειτουργεί ο κόσμος γύρω μας. Ταυτόχρονα όμως έθεσε υπό αμφισβήτηση τη μηχανιστική ντετερμινιστική κοσμοθεώρηση και συγκεκριμένα την αντίληψη της δυνατότητας μακροπρόθεσμης πρόβλεψης της εξέλιξης του συστήματος όταν οι ντετερμινιστικοί νόμοι είναι γνωστοί. Στο πλαίσιο αυτό αντιπροσωπευτικά συστήματα αποτελούν τα λεγόμενα ντετερμινιστικά χαοτικά συστήματα. (Schuster 1989). Τα συστήματα αυτά παρουσιάζουν στη χρονική εξέλιξή τους μια ακανόνιστη πολύπλοκη συμπεριφορά, η οποία βασίζεται όμως σε μια πλήρως καθορισμένη νομοτέλεια. Η φαινομενικά τυχαία συμπεριφορά παρουσιάζει κάποιου είδους τάξη. Αυτό εκφράζεται μέσω των χαοτικών ελκυστών, οι οποίοι αποτελούν τη γραφική απεικόνιση της χρονικής εξέλιξης της μακροπρόθεσμης συμπεριφοράς ντετερμινιστικών χαοτικών συστημάτων στο χώρο των φάσεων. Εκφράζουν αυτό που χαρακτηρίζεται απλοϊκά ως «τάξη στο χάος».

Μια βασική ιδιότητα των ντετερμινιστικών χαοτικών συστημάτων αποτελεί η ευαίσθητη εξάρτησή τους από τις αρχικές συνθήκες (Crutchfield et al.1986). Μικρές διακυμάνσεις στον καθορισμό των αρχικών συνθηκών επηρεάζουν καθοριστικά την χρονική εξέλιξή τους. Στα συστήματα αυτά ακριβώς ίδιες αιτίες οδηγούν σε ακριβώς ίδια αποτελέσματα (*αρχή της ασθενούς αιτιότητας*). Σε αντίθεση όμως με την κλασική αντίληψη περί ντετερμινιστικών συστημάτων, όπου και οι παρόμοιες αιτίες οδηγούν σε παρόμοια αποτελέσματα (*αρχή της ισχυρής αιτιότητας*), στα ντετερμινιστικά χαοτικά συστήματα παρόμοιες αιτίες δεν επιφέρουν παρόμοια αποτελέσματα. Επομένως δεν ισχύει η αρχή της ισχυρής αιτιότητας.

Από εκπαιδευτικής σκοπιάς, η διδασκαλία και μάθηση βασικών αρχών και εννοιών μη γραμμικών δυναμικών συστημάτων αποτελεί διεθνώς εδώ και αρκετά χρόνια αντικείμενο έρευνας (π.χ. Adams & Russ 1992, Strizhak & Menzinger 1996, Duit, Komorek & Wilbers 1997, Stavrou, Duit & Komorek 2008). Η παρούσα εργασία εντάσσεται σ' αυτό το πλαίσιο και προσπαθεί να διερευνήσει αν και κατά πόσο φοιτητές του Π.Τ.Δ.Ε. είναι σε θέση να

προσεγγίσουν βασικές ιδέες του ντετερμινιστικού χάους. Ειδικότερα διερευνά τη δυνατότητα να προσεγγιστεί η μη δυνατότητα μακροπρόθεσμη πρόβλεψης ντετερμινιστικών χαοτικών συστημάτων και η ευαίσθητη εξάρτησή τους από τις αρχικές συνθήκες χρησιμοποιώντας μια διάταξη με δυνατότητα χαοτικής συμπεριφοράς διασυνδεδεμένη με ηλεκτρονικό υπολογιστή.

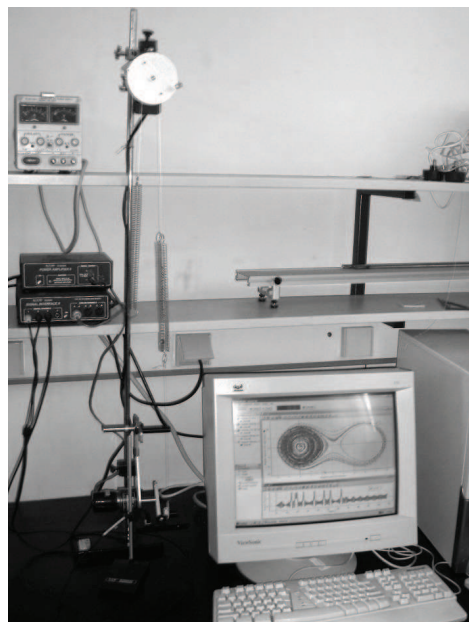
Το ερευνητικό πλαίσιο

Για τη συλλογή των δεδομένων χρησιμοποιήθηκαν ένα ερωτηματολόγιο και μια σειρά συνεντεύξεων. Στο ερωτηματολόγιο, το οποίο δόθηκε πριν τις συνεντεύξεις, διερευνώνται οι απόψεις 60 φοιτητών του Π.Τ.Δ.Ε. Αθηνών για έννοιες και αρχές που σχετίζονται με το ντετερμινιστικό χάος (Σταύρου & Ασημόπουλος 2008). Με βάση την ανάλυση του ερωτηματολογίου δομήθηκε μια διδακτική ακολουθία, η οποία έχει ως επίκεντρο μια διάταξη με δυνατότητα εκδήλωσης και χαοτικής συμπεριφοράς διασυνδεδεμένη με ηλεκτρονικό υπολογιστή (Skordoulis, Toliás & Stavrou 2005). Οι συνεντεύξεις βασίζονται στη μέθοδο του "teaching experiment" (Komorek & Duit 2004). Η συγκεκριμένη μέθοδος αποτελεί κατ' ουσία μια τεχνική συνέντευξης, η οποία συνδυάζει τα στοιχεία μιας κλασικής συνέντευξης αλλά και διδασκαλίας. 18 τεταρτοετείς φοιτητές του Π.Τ.Δ.Ε. Αθηνών, οι οποίοι είχαν συμπληρώσει το παραπάνω ερωτηματολόγιο, χωρισμένοι σε 9 ομάδες των 2 ατόμων πήραν μέρος στην έρευνα. Η συνέντευξη για κάθε ομάδα διήρκεσε περίπου 2 διδακτικές ώρες. Για την ανάλυση των δεδομένων χρησιμοποιήθηκαν ποιοτικές μέθοδοι ανάλυσης περιεχομένου (Erickson, 1998).

Η διδακτική ακολουθία

Η διδακτική ακολουθία που αναπτύχθηκε έχει ως επίκεντρο μια πειραματική διάταξη, το «χαοτικό εκκρεμές» (εικόνα 1) της εταιρίας PASCO (<http://www.pasco.com/>). Σχεδιάστηκε για εκπαιδευτικούς σκοπούς και είναι διασυνδεδεμένο με ηλεκτρονικό υπολογιστή (Laws 2004). Αποτελείται από έναν περιστρεφόμενο, σε οριζόντιο άξονα, ομογενή δίσκο αλουμινίου ροπής αδράνειας I_0 . Ένας μικρός κύλινδρος ορείχαλκου μάζας m προσαρτάται στον δίσκο έκκεντρα. Το σύστημα λειτουργεί ως απλό εκκρεμές με απόσβεση. Η ανάρτηση δύο ελατηρίων αντίρροπα και εφαπτομενικά στον δίσκο επιβάλλει μια δύναμη επαναφοράς ($-kx$) εκτός της βαρυτικής. Το σύστημα συμπεριφέρεται πάλι ως απλό εκκρεμές αλλά έτσι έχει την δυνατότητα να λειτουργήσει και ως ανάστροφο εκκρεμές με απόσβεση. Στην πρώτη περίπτωση στη θέση ευσταθούς ισορροπίας η μάζα m βρίσκεται στο κάτω μέρος του δίσκου ενώ στην δεύτερη υπάρχουν δύο θέσεις ευσταθούς ισορροπίας εκατέρωθεν της θέσης μέγιστου ύψους της μάζας m . Ένας περιστροφικός κινητήρας συνδεδεμένος με το άκρο του ενός ελατηρίου ασκεί στο σύστημα μια περιοδική δύναμη ($A \cdot \sin(\Omega \cdot t)$) ώστε αυτό να εκτελέσει εξαναγκασμένη ταλάντωση μίας ή δύο θέσεων ισορροπίας. Τέλος, ένας σταθερός μαγνήτης πολύ κοντά στον δίσκο επάγει μια δύναμη απόσβεσης μέσω των ρευμάτων Eddy που δημιουργούνται στον τελευταίο. Η δύναμη είναι ελεγχόμενη αφού εξαρτάται από την απόσταση μαγνήτη - δίσκου και ανάλογη της ταχύτητας περιστροφής ($-b\omega$), αφήνει δε την αντίσταση του αέρα ως μικρή διαταραχή έξω από τις βασικές εξισώσεις κίνησης.

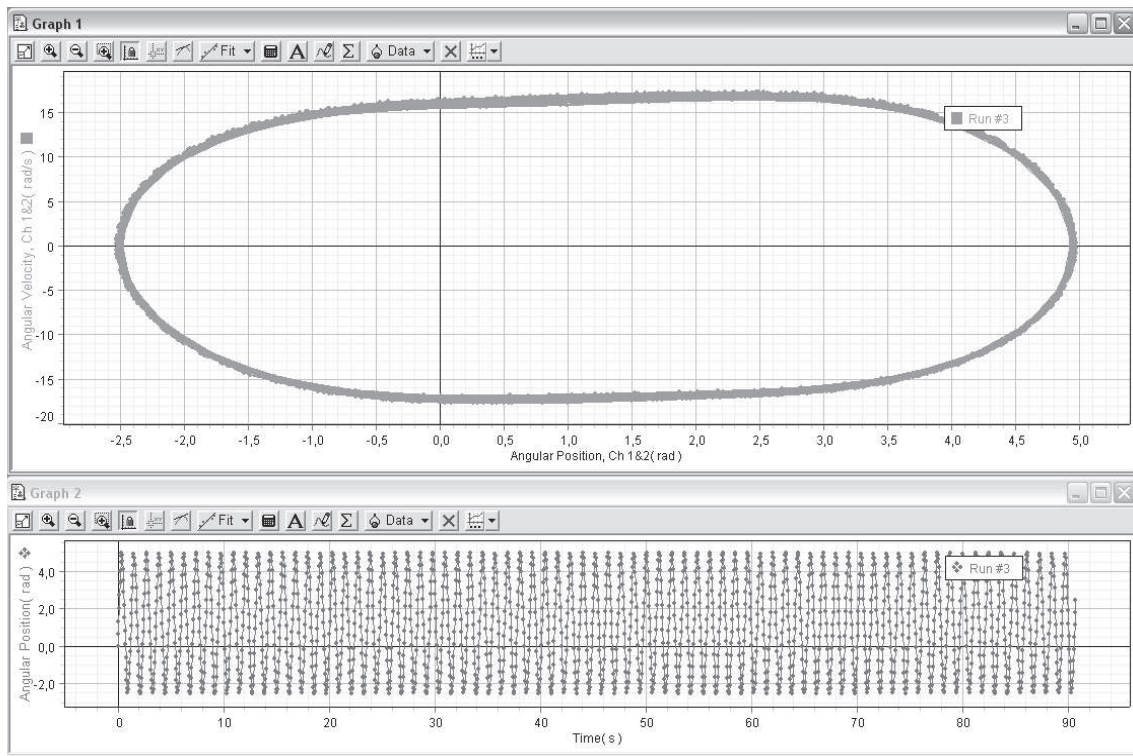
Εικόνα 1: Διάταξη «χαοτικού εκκρεμούς»



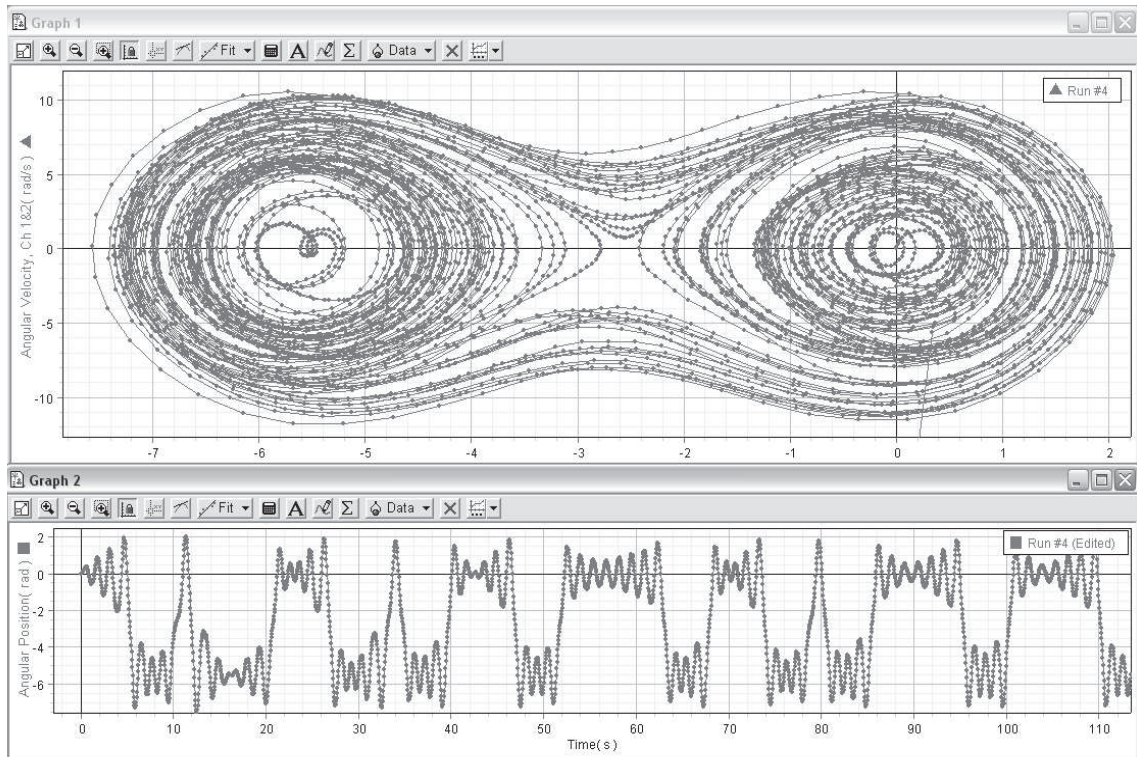


Στο πλήρες σύστημα - το οποίο έχει μελετηθεί από πλευράς απόδοσης συνθηκών χάους (εκθέτες Lyapunov) (DeSerio 2003) και σε σχέση με άλλα αντίστοιχα συστήματα (Blackburn & Baker 1998) – είναι δυνατή η μεταβολή όλων των βασικών παραμέτρων του, δηλαδή της μάζας του εκκρεμούς, της σταθεράς των ελατηρίων, της σταθεράς απόσβεσης και της συχνότητας του διεγέρτη. Για κατάλληλες τιμές των παραπάνω παραμέτρων το σύστημα μπορεί να μεταβεί από την αρμονική στη χαοτική συμπεριφορά. Η ανάγνωση των τιμών της γωνίας φ , από έναν Η/Υ - μέσω μιας συσκευής διασύνδεσης (interface) και ενός ανιχνευτή περιστροφής - παρέχει τη δυνατότητα δημιουργίας, σε πραγματικό χρόνο, των γραφικών παραστάσεων της γωνίας $\varphi=\varphi(t)$ συναρτήσεως του χρόνου καθώς επίσης του διαγράμματος του χώρου των φάσεων $\omega=\omega(\varphi)$. Η χρήση του λογισμικού παρουσίασης και ανάλυσης δεδομένων της ίδιας εταιρίας δίνει τις γραφικές παραστάσεις στην ίδια οθόνη (εικόνες 2 και 3) ώστε να επιτυγχάνεται η σύγκρισή τους αλλά και η σύγκριση με προηγούμενες καταγραφές (εικόνες 4 και 5).

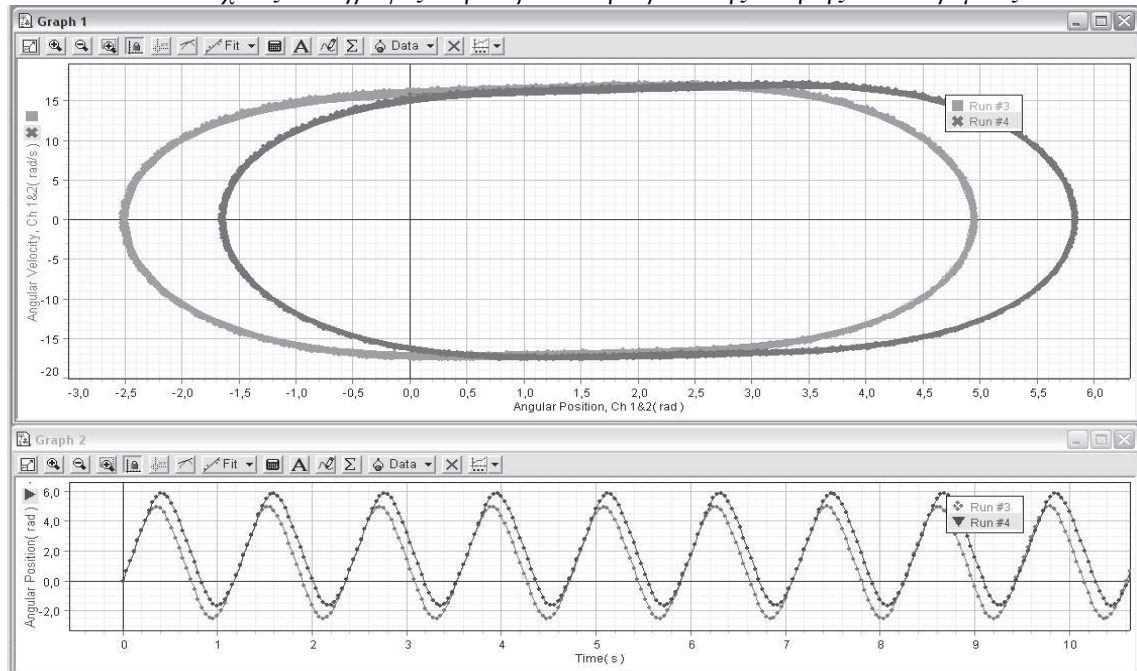
Εικόνα 2: Γραφικές παραστάσεις $\varphi=\varphi(t)$ (κάτω) και $\omega=\omega(\varphi)$ (πάνω) στην περίπτωση περιοδικής κίνησης του εκκρεμούς



Εικόνα 3: Γραφικές παραστάσεις $\varphi=\varphi(t)$ (κάτω) και $\omega=\omega(\varphi)$ (πάνω) στην περίπτωση χαοτικής κίνησης του εκκρεμούς

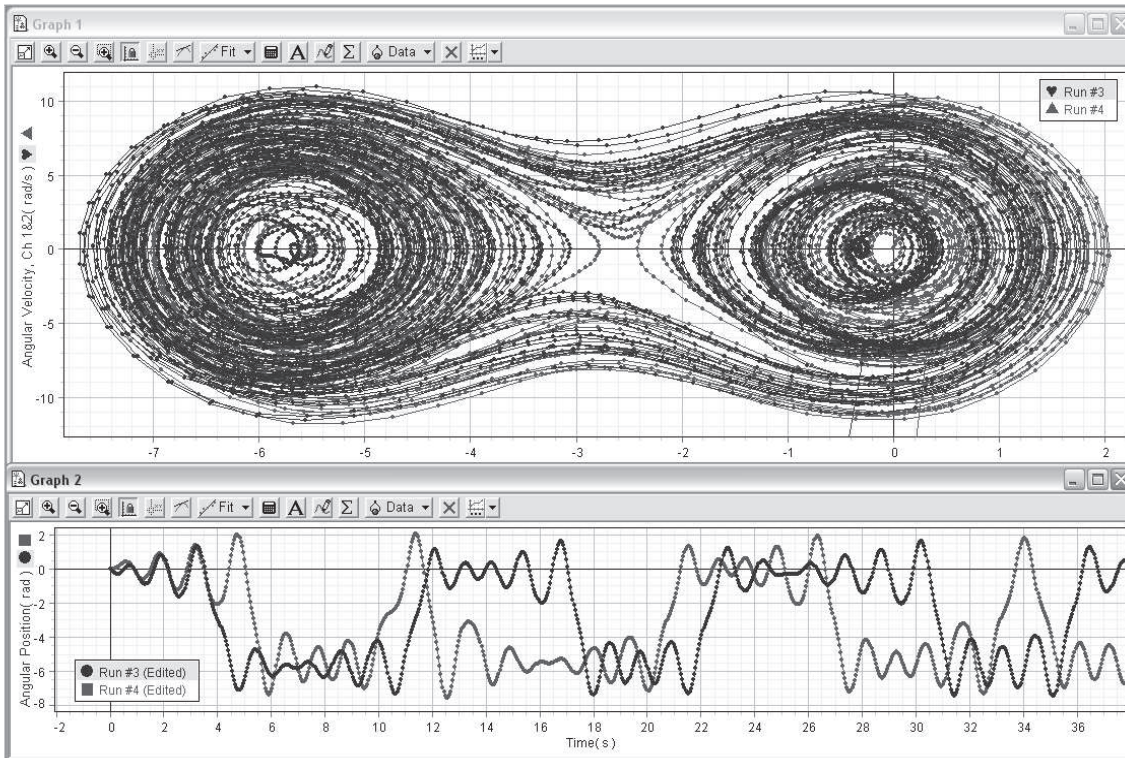


Εικόνα 4: Σύγκριση γραφικών παραστάσεων $\varphi=\varphi(t)$ (κάτω) και $\omega=\omega(\varphi)$ (πάνω) για δύο διαδοχικές καταγραφές στην περίπτωση περιοδικής κίνησης του εκκρεμούς





Εικόνα 5: Σύγκριση γραφικών παραστάσεων $\varphi=\varphi(t)$ (κάτω) και $\omega=\omega(\varphi)$ (πάνω) για δύο διαδοχικές καταγραφές στην περίπτωση χαοτικής κίνησης του εκκρεμούς



Η διδακτική ακολουθία διαρθρώνεται σε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος, με την επιλογή των κατάλληλων παραμέτρων ο δίσκος εκτελεί μια απλή αρμονική ταλάντωση και αποτυπώνονται στον υπολογιστή οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις $\varphi=\varphi(t)$ και $\omega=\omega(\varphi)$ (εικόνα 2). Ακολούθως με αλλαγή της απόσβεσης ο δίσκος εκτελεί μια τυχαία, ακανόνιστη κίνηση και λαμβάνονται στον Η/Υ τα αντίστοιχα διαγράμματα $\varphi=\varphi(t)$ και $\omega=\omega(\varphi)$. (εικόνα 3). Σε γενικές γραμμές στις συνεντεύξεις ακολουθήθηκαν σχηματικά τα παρακάτω βήματα:

- Περιγραφή της πειραματικής συσκευής
- Παρατήρηση της κίνησης του δίσκου – Έκφραση περί ύπαρξης νομοτέλειας, τάξης, πρόβλεψης, χάους και τυχαιότητας
- Παρατήρηση στο Η/Υ των γραφικών παραστάσεων $\varphi= \varphi (t)$ και $\omega= \omega (\varphi)$. Έκφραση περί ύπαρξης νομοτέλειας, τάξης, πρόβλεψης, χάους και τυχαιότητας
- Επανάληψη της διαδικασίας υπό τις ίδιες συνθήκες
- Σύγκριση των γραφικών παραστάσεων μεταξύ τους. Έκφραση περί ύπαρξης νομοτέλειας, τάξης, πρόβλεψης, χάους και τυχαιότητας
- Επανάληψη της διαδικασίας από ελαφρώς διαφορετική αρχική θέση εκκίνησης του δίσκου
- Σύγκριση των γραφικών παραστάσεων μεταξύ τους. Συνέπειες σχετικά με την επίδραση μικρών μεταβολών στο αποτέλεσμα ντετερμινιστικών διαδικασιών.
- Αναστοχασμός για την ύπαρξη νομοτέλειας σε χαοτικές κινήσεις, για τη σύνδεση νομοτέλειας και μη δυνατότητας πρόβλεψης καθώς της ευαίσθητης εξάρτησης από τις αρχικές συνθήκες

Αποτελέσματα

Τα αποτελέσματα από την ανάλυση του ερωτηματολογίου και των συνεντεύξεων δείχνουν ότι οι φοιτητές έχουν δύο κυρίαρχα "εννοιολογικά" σχήματα τα οποία εκφράζονται εν συντομία με τα τρίπτυχα: νομοτέλεια - τάξη - πρόβλεψη και χάος - τυχαιότητα - μη πρόβλεψη.

Για τους φοιτητές νομοτέλεια, τάξη και πρόβλεψη είναι άμεσα συνυφασμένα μεταξύ τους. Για παράδειγμα η δυνατότητα να μπορούν να κάνουν πρόβλεψη ή η ύπαρξη τάξης συνδέεται άμεσα από τους φοιτητές με νομοτελειακή συμπεριφορά. Επίσης, η ύπαρξη κανονικότητας, περιοδικότητας και κυρίως η επαναληψιμότητα αποτελούν για τους φοιτητές χαρακτηριστικά στοιχεία για να θεωρηθεί μια συμπεριφορά νομοτελειακή. Η απουσία αυτών των χαρακτηριστικών αποτελεί για τους φοιτητές ένδειξη τυχαιότητας.

Παρόλο όμως, που χάος και τυχαιότητα συνδέονται άμεσα για τους φοιτητές, μια τυχαία συμπεριφορά δεν είναι απαραίτητα και χαοτική. Για τους περισσότερους φοιτητές το χάος θεωρείται ως μια υπερέννοια που εμπεριέχει την τυχαιότητα. Για παράδειγμα οι περισσότεροι φοιτητές χαρακτηρίζουν την ακανόνιστη κίνηση του δίσκου ή την ακανόνιστη μορφή της γραφικής παράστασης $\varphi=\varphi(t)$ (εικόνα 3 κάτω) ως τυχαία και όχι ως χαοτική, μια και δεν θεωρούνται ως αρκούντως πολύπλοκες ή όπως το εκφράζουν οι ίδιοι φοιτητές αρκούντως «αλλοπρόσαλλες».

Κατά την απλή αρμονική ταλάντωση που εκτελεί ο δίσκος οι φοιτητές δεν παρουσιάζουν ιδιαίτερο πρόβλημα να αναγνωρίσουν νομοτέλεια, τάξη και προβλεψιμότητα. Αυτό συνάγεται από τους φοιτητές τόσο από την κίνηση του δίσκου όσο και από τη μορφή των γραφικών παραστάσεων $\varphi=\varphi(t)$ και $\omega=\omega(\varphi)$. (εικόνα 2) Συγκεκριμένα διακρίνουν μια κανονικότητα και περιοδικότητα, η οποία εκφράζεται από την επανάληψη τόσο της κίνησης του δίσκου όσο και της μορφής των γραφικών παραστάσεων $\varphi=\varphi(t)$ και $\omega=\omega(\varphi)$ σε τακτά χρονικά διαστήματα..

Κατά την ακανόνιστη κίνηση που εκτελεί ο δίσκος με την αλλαγή παραμέτρου (απόσβεση), οι φοιτητές αναγνωρίζουν από την παρατήρηση της κίνησης του δίσκου και της γραφικής παράστασης $\varphi=\varphi(t)$ (εικόνα 3 κάτω) μια τυχαιότητα στην κίνηση, χωρίς τη δυνατότητα οποιασδήποτε πρόβλεψης. Όταν η διαδικασία εκτελείται για πρώτη φορά, αρκετοί φοιτητές αναγνωρίζουν στη γραφική παράσταση $\omega=\omega(\varphi)$ (εικόνα 3 πάνω) μια χαρακτηριστική δομή, όπως π.χ την ύπαρξη δύο σπειρών, που τους κάνει να θεωρούν δυνατή την ύπαρξη νομοτέλειας που να διέπει την κίνηση του δίσκου. Η εμφάνιση παρόμοιας μορφής της γραφικής παράστασης $\omega=\omega(\varphi)$ κατά την επανάληψη της διαδικασίας υπό τις ίδιες συνθήκες (εικόνα 5 πάνω), αποτελεί για τους περισσότερους φοιτητές το καθοριστικό σημείο για να αποδεχθούν την ύπαρξη νομοτέλειας στην ακανόνιστη κίνηση του δίσκου. Λαμβάνοντας υπόψη και τα δεδομένα της γραφικής παράστασης $\varphi=\varphi(t)$ (εικόνα 5 κάτω) καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι είναι δυνατόν να υπάρχει νομοτέλεια δίχως τη δυνατότητα πρόβλεψης.

Η πορεία προς το συμπέρασμα αυτό δεν ήταν χωρίς δυσκολίες. Αυτές ήταν αποτέλεσμα της αντίληψης των φοιτητών ότι νομοτέλεια και δυνατότητα πρόβλεψης, όπως και τυχαιότητα και μη δυνατότητα πρόβλεψης είναι άρρηκτα συνδεδεμένα μεταξύ τους. Στην προσπάθειά τους να συνδυάσουν τα δεδομένα από τις δύο γραφικές παραστάσεις, ώστε να είναι συμβατές με το σχήμα νομοτέλεια-δυνατότητα πρόβλεψης ή τυχαιότητα – μη δυνατότητα πρόβλεψης, αναζητούσαν ενδείξεις για νομοτελειακή συμπεριφορά (π.χ. κανονικότητες) στη γραφική παράσταση $\varphi=\varphi(t)$ (εικόνας 3 και 5 κάτω) ή ενδείξεις για τυχαιότητα στη γραφική παράσταση $\omega=\omega(\varphi)$ (εικόνας 3 και 5 πάνω). Με βάση όμως τα δεδομένα που παρουσιάζονται στις γραφικές παραστάσεις οι προσπάθειες αυτές δεν απέδωσαν και έτσι οι περισσότεροι φοιτητές αποδέχτηκαν τη δυνατότητα ύπαρξης νομοτέλειας στην κίνηση του δίσκου δίχως να υπάρχει δυνατότητα πρόβλεψης.



Ένας μικρός αριθμός όμως των φοιτητών (συγκεκριμένα τρεις τον αριθμό), δεν αποδέχτηκαν τη δυνατότητα να υπάρχει νομοτέλεια δίχως τη δυνατότητα πρόβλεψης. Οι δύο γραφικές παραστάσεις $\varphi=\varphi(t)$ και $\omega=\omega(\varphi)$ (εικόνες 3 και 5) έπρεπε γι' αυτούς να είναι συμβατές με το σχήμα νομοτέλεια-δυνατότητα πρόβλεψης ή τυχαιότητα – μη δυνατότητα πρόβλεψης. Δεν αποδεχόντουσαν δηλαδή ότι η γραφική παράσταση $\omega=\omega(\varphi)$ μπορεί να παραπέμπει σε νομοτέλεια, αφού στη γραφική παράσταση $\varphi=\varphi(t)$ δεν υπάρχει δυνατότητα πρόβλεψης. Με άλλα λόγια αν έπαιρναν ως βάση τη γραφική παράσταση $\omega=\omega(\varphi)$ θα έπρεπε στη γραφική παράσταση $\varphi=\varphi(t)$ να υπάρχει δυνατότητα πρόβλεψης και αντίστροφα, αν έπαιρναν ως βάση τη γραφική παράσταση $\varphi=\varphi(t)$, η γραφική παράσταση $\omega=\omega(\varphi)$ δεν μπορούσε να εκφράζει νομοτελειακή συμπεριφορά.

Κατά την επανάληψη της διαδικασίας από ελαφρώς διαφορετική αρχική θέση εκκίνησης του δίσκου, οι φοιτητές δεν παρουσίασαν προβλήματα να συνδέσουν τη μεταβολή που παρατήρησαν με τη διαφορετική αρχική θέση εκκίνησης και να συνάγουν στην απλή αρμονική ταλάντωση ότι ελαφρώς διαφορετικά αίτια οδηγούν σε ελαφρώς διαφορετικά αποτελέσματα και στη ακανόνιστη κίνηση ότι ελαφρώς διαφορετικά αίτια οδηγούν σε τελείως διαφορετικά αποτελέσματα

Συμπεράσματα

Η διδακτική ακολουθία που αναπτύχθηκε αξιοποιώντας τις δυνατότητες των νέων τεχνολογιών δείχνει ότι είναι δυνατόν οι φοιτητές να οδηγηθούν στην αναγνώριση νομοτελειακής συμπεριφοράς σε μια φαινομενικά τυχαία κίνηση και να αναγνωρίσουν τη δυνατότητα ύπαρξης νομοτέλειας δίχως τη δυνατότητα μακροπρόθεσμης πρόβλεψης. Επίσης οι φοιτητές αναγνώρισαν ότι σε νομοτελειακή συμπεριφορά μικρές μεταβολές μπορούν να επιφέρουν σημαντικά διαφορετικά αποτελέσματα.

Παρόλα που τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής είναι ενθαρρυντικά, η διερευνητική της φύση δίνει στα αποτελέσματα έναν υποθετικό χαρακτήρα, τα οποία θα πρέπει να ελεγχθούν σε πολύ μεγαλύτερο δείγμα. Εντούτοις η σύντομη αυτή διδακτική ακολουθία φαίνεται να επηρεάζει και προϋπάρχουσες αντιλήψεις των φοιτητών περί νομοτέλειας και δυνατότητας μακροπρόθεσμης πρόβλεψης. Για παράδειγμα πολλοί φοιτητές υποστηρίζουν στο τέλος της σειράς αυτής των συνεντεύξεων, ότι η εκδοχή να υπάρχει νομοτέλεια χωρίς δυνατότητα πρόβλεψης δεν ήταν γι' αυτούς δυνατή. Όπως το εκφράζει αντιπροσωπευτικά ένας φοιτητής: *«Πίστενα, πως όταν υπάρχει νόμος μπορεί να γίνει πάντοτε πρόβλεψη. Ενώ εδώ δείχνει ότι δεν μπορούμε να κάνουμε πάντα πρόβλεψη και ας υπάρχει νόμος».*

Βιβλιογραφία

Σταύρου Δ. & Ασημόπουλος Στ. (2008). Χάος, νομοτέλεια, πρόβλεψη: Απόψεις των φοιτητών του Π.Τ.Δ.Ε. Αθηνών για φιλοσοφικές έννοιες που εμφανίζονται στη θεωρία χάους. Στο: Κ. Σκορδούλης, Θ. Νικολαΐδης, Ε. Κολέζα & Δ. Χασάπης (Επιμ.): Ζητήματα Επιστήμης: Ιστορία, Φιλοσοφία και Διδακτική. Πρακτικά 4^{ης} Συνάντησης Αθηνών, 28-30 Σεπτεμβρίου 2007, Εκδόσεις: Νήσος, σελ. 333-342.

Adams, H.M. & Russ, J.C. (1992). Chaos in the classroom: Exposing gifted elementary school children to chaos and fractals. *Journal of Science Education and Technology* 1, 191-209.

Blackburn J. A & Baker G. L. (1998). A comparison of commercial chaotic pendulums. *American Journal of Physics* 66(9), 821-830.

Crutchfield, J.P., Farmer, J.D., Packard, N.H. & Shaw, R.S. (1986). Chaos. *Scientific American* 255, 38-49.

DeSerio, R. (2003). Chaotic pendulum: The complete attractor. *American Journal of Physics* 71(3), 250-257.

Duit, R., Komorek, M. & Wilbers J. (1997). Studies on educational reconstruction of chaos theory. *Research in Science Education* 27, 339-357.

Erickson, F. (1998). Qualitative Research Methods for Science Education. In B. J. Fraser & K. G. Tobin (Eds.): *International Handbook of Science Education*. Dordrecht: Kluwer, 1155-1173.

Komorek, M. & Duit, R. (2004), The Teaching Experiment as a Powerful Method to Develop and Evaluate Teaching and Learning Sequences in the Domain of Non-Linear Systems. *International Journal of Science Education* 26, 619-633.

Laws, P. W. (2004). A unit on oscillations, determinism and chaos for introductory physics students. *American Journal of Physics* 72(4), 446-452.

Schuster, G.H. (1989), *Deterministic Chaos*, Weinheim: VCH

Skordoulis, C., Toliás, V. & Stavrou, D. (2005), Teaching Chaos with a Pendulum to Greek Secondary School Students. In M.R. Matthews (ed.), *Second International Pendulum Conference*. The University of New South Wales, 249-258.

Stavrou, D., Duit, R. & Komorek, M. (2008) A teaching and learning sequence about the interplay of chance and determinism in non-linear systems. *Physics Education* 4, 417-422.

Strizhak, P. & Menzinger, M. (1996). Non-linear dynamics of the BZ reaction: A simple experiment that illustrates limit cycles, chaos, bifurcation, and noise. *Journal of Chemical Education* 73, 868-873.